ANDAMENTO DEL CAMPO ELETTRICO NUCLEARE IN FUNZIONE DELLA DISTANZA
(UN ESERCIZIO DI APPLICAZIONE DEL TEOREMA DI GAUSS)

Consideriamo un nucleo atomico (numero atomico Z, carica Ze) approssimandolo ad una distribuzione sferica omogenea di carica elettrica. Indichiamo con R il raggio nucleare.
Chiamiamo η la densità di carica nel nucleo (carica elettrica per unità di volume)

$$\eta = \frac{Ze}{V} = \frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

Data la simmetria del problema, ci aspettiamo che il campo elettrico abbia direzione radiale, e verso diretto verso l'esterno della sfera.
Per calcolare il valore del campo elettrico in funzione della distanza possiamo applicare il teorema di Gauss ad una superficie sferica di raggio r con i centro al centro del nucleo.
Il teorema di Gauss stabilisce che il flusso del campo elettrico uscente da una superficie chiusa dipende solo dalla carica totale racchiusa entro la superficie:

$$\Phi(E) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Nel caso di una superficie sferica di raggio r e un campo radiale uscente, in ogni punto della superficie il vettore campo elettrico è parallelo alla normale alla superficie, quindi il primo membro della relazione precedente sarà sempre

$$\Phi(E) = E \cdot S = 4\pi r^2 E$$

Consideriamo i due casi distinti r>R e r<R.
Per r > R

$$Q = Ze$$

quindi

$$4\pi r^2 E = \frac{Ze}{\varepsilon_0}$$

da cui si ottiene

$$E = \frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = k\frac{Ze}{r^2}$$

Se invece r < R
allora la carica contenuta all'interno della superficie gaussiana sarà

$$Q = \eta \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = Ze \cdot \frac{r^3}{R^3}$$

e, per il teorema di Gauss, avremo

$$4\pi r^2 E = \frac{\eta \cdot \frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0} = \frac{Ze}{\varepsilon_0} \cdot \frac{r^3}{R^3}$$

da cui

$$E = \frac{Ze}{4\pi r^2 \varepsilon_0} \cdot \frac{r^3}{R^3} = kZe \cdot \frac{r}{R^3}$$

Quindi l'andamento di E è lineare fino a R, e poi decresce col quadrato della distanza.